

# Investitionen und Risiko SS 2011

## Übungsblatt 1

Themen:

- Wiederholung von Ertrag und Risiko eines Portfolios
- Excel Funktionen: FREQUENCY()
- Generierung von Zufallszahlen

Wir nehmen an, dass sich der Preis  $p(t)$  eines Wertpapiers täglich um einen Prozentsatz  $k$  **ändert**, also  $p(t+1) = p(t) \cdot (1+k)$  ( $t$  ... ein bestimmter Tag,  $t+1$  ... der darauf folgende Tag). Weiters gelte  $k = a + b \cdot r$ , wobei  $r$  eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen  $-1$  und  $1$  ist, die für jede tägliche Preisänderung neu gezogen wird (Excel-Funktion ZUFALLSZAHL - RANDOM). Die tägliche Preisänderung  $k$  ist also nicht konstant, sondern (zum Teil) von einer Zufallszahl abhängig.

1. Erstellen Sie ein Excel-Tabellenblatt (1) mit zwei Spalten, nämlich den Preisen  $p_1$  und  $p_2$  von zwei Wertpapieren für jeweils 100 Tage, d.h. bis  $t=100$ , mit  $a_1=0.005$ ,  $b_1=0.01$ ,  $a_2=0.002$ ,  $b_2=0.02$ . Die Preise am Tag  $t=0$  seien 100 Euro. Die täglichen relativen Preisänderungen (**Erträge**)  $k$  sollen in Spalten daneben abgelegt werden, sodass (mittels  $k = a + b \cdot r$ ) einfach die Preise berechnet werden können.
2. Stellen Sie in einem Diagramm die Preisentwicklung graphisch dar, d.h. erstellen Sie ein Diagramm mit zwei Preiskurven. Tipp: drücken Sie mehrmals F9.
3. Berechnen Sie Mittelwert, Varianz (mit Excel-Funktion) und Standardabweichung der Preisreihen sowie der Reihen der Erträge. Berechnen Sie weiters den Korrelationskoeffizienten (mit Excel-Funktion) zwischen den Reihen der Preise sowie zwischen den Reihen der Erträge, und zusätzlich die jeweilige Kovarianz = *Korrelationskoeffizient* \* *Standardabweichung*<sub>1</sub> \* *Standardabweichung*<sub>2</sub>. (Sie berechnen also 4 Mittelwerte, 4 Varianzen, 4 Standardabweichungen, 2 Korrelationskoeffizienten, 2 Kovarianzen.)
4. In einem zweiten Excel-Tabellenblatt (2) legen Sie für das erste Wertpapier, also  $p_1$ , mehrere Spalten, zum Beispiel 10, an. Jede Spalte beschreibt nun eine unterschiedliche Preisentwicklung für das Wertpapier.
5. Betrachten Sie, wie die Endpreise (also für Tag  $t=100$ ) verteilt sind. Erstellen Sie dazu ein Histogramm der Endpreise, zum Beispiel für die 7 Intervalle [ $<140$ ,  $140-150$ ,  $150-160$ ,  $160-170$ ,  $170-180$ ,  $180-190$ ,  $>190$ ] (Excel-Funktion HÄUFIGKEIT - FREQUENCY). Tipp: drücken Sie mehrmals F9.
6. Nun sollen die beiden Wertpapiere zu einem Portfolio kombiniert werden. Der Wert des Portfolios soll zu einem Anteil  $x_1=30\%$  aus dem ersten, und zu  $x_2=70\%$  aus dem zweiten Wertpapier bestehen ( $x_2=1-x_1$ !), zum Beispiel aus einem Stück von Wertpapier 1 und  $x_2/x_1$  Stück von Wertpapier 2 (wir erlauben der Einfachheit halber auch nichtganzzahlige Stückzahlen). Damit wir einen Portfoliowert um 100 Euro erhalten, dividieren wir beide Stückzahlen noch durch  $1+(x_2/x_1)$ . Der Portfoliowert ist also  $(\text{Preis}_1 + \text{Preis}_2 \cdot x_2/x_1)/(1+(x_2/x_1))$ . (Die prozentuellen Anteile ändern sich zwar durch die Preisentwicklung geringfügig, was uns jedoch in diesem Zusammenhang nicht stören soll.) Ergänzen Sie das Tabellenblatt (1)

- um eine Spalte mit dem täglichen Preis (=Wert) des so definierten Portfolios, und erweitern Sie auch das Preisdiagramm aus 2. entsprechend um den Portfoliopreis.
7. Berechnen Sie analog zu 3. Mittelwert, Varianz und Standardabweichung der Reihe der Portfoliopreise. Zeigen Sie in einer weiteren Spalte in Tabellenblatt (1) den (sich täglich ändernden) prozentuellen Anteil des zweiten Wertpapiers.
  8. Legen Sie in Tabellenblatt (1) eine weitere Spalte mit den aus täglichen Portfolio Preisen rückgerechneten täglichen Erträgen an (dies ist also die inverse Berechnung  $k(t) = p(t+1)/p(t)$ ). Berechnen Sie analog zu 3. Mittelwert, Varianz und Standardabweichung der so erzeugten Reihe der Portfolioerträge.
  9. Im folgenden betrachten wir nur mehr Erträge. Der mittlere Ertrag des Portfolios lässt sich nach der Formel  $ErtragPF = x_1 * Ertrag_1 + x_2 * Ertrag_2$  berechnen, wobei  $Ertrag_1$  und  $Ertrag_2$  die Mittelwerte aus 3. sind. Die Varianz des Portfolioertrags lässt sich nach der Formel  $VarianzPF = x_1^2 * Varianz_1 + x_2^2 * Varianz_2 + 2 * (x_1 * x_2 * Kovarianz)$  berechnen, wobei  $Varianz_1$ ,  $Varianz_2$ ,  $Kovarianz$  die Werte aus 3. (für die Erträge) sind. Berechnen Sie damit den mittleren Ertrag und die Standardabweichung der Erträge (= Wurzel aus Varianz des Portfolioertrags). Vergleichen Sie diese Werte mit den Ergebnissen aus 8. (Tipp: Versuchen Sie dies auch für  $a=0.00$  und  $b=0.02$  für beide Wertpapiere.)
  10. Berechnen Sie wie in 9., jedoch für eine Reihe von Werten für  $x_1$ , nämlich  $[0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9]$ , Mittelwert und Standardabweichung der Portfolioerträge. Erweitern Sie Tabellenblatt (1) um eine entsprechende Tabelle. Erstellen Sie ein Diagramm, in dem jedes dieser 11 Portfolios durch einen Punkt dargestellt ist. In der X-Achse des Diagramms sei die Standardabweichung, in der Y-Achse der mittlere Ertrag dargestellt. Interpretieren Sie die einzelnen Punkte (=Portfolios).